強者の戦略

研伸館物理科の網干です。初登場です。よろしくお願いします。

今年の１月末にこの原稿を提出しなければならないことを思い出した私は，昨年の 12 月頃にどの問題を取り上げようか漠然と考えていました。そんなとき，Ｎさんという生徒が私のところに質問に来ました。Ｎさんの持ってきた問題を見ると「共有結合」や「フラーレン」などの単語が。「これ化学の問題？」と聞くと「そうです」と。さらによく見ると「オイラーの多面体定理」とあります。これで納得しました。Ｎさんは「化学」の質問に来たのではなく，「数学」の質問に来たのです。「物理」の先生になぜ「数学」の質問をと思われる方が多いと思いますので，簡単に説明しておくと，私の大学や大学院での専門は数学（数理物理や偏微分方程式論）なのです。Ｎさんにさらに聞くと化学の市道先生が「数学の先生か網干先生に聞きに行ったら良いよ」と仰ったそうです。なるほど。しかし，私の専門は「解析」に分類され，「オイラーの多面体定理」は「幾何」に分類されます。私はあまり「幾何」には詳しくありません。ですが，ちょっと面白そうだと興味を持った私は，Ｎさんに「調べてみるので少し待って」と言って保留にしました。そして，この問題を強者の戦略の HP で取り上げると面白いかもと思い始めました。「物理」の先生が「化学」の問題の「数学」についてのテーマを取り上げるなんてなかなかないのでこれは良い問題が見つかった，そう私は思いました。そして, これは偶然ですが, 昨年の 10 月頃に私は講談社学術文庫の「不変量と対称性」という本を買っていたのです（この本の著者の一人である中村博昭先生は，「abc 予想」で有名になった京大数理解析研究所教授の望月新一先生とともに「代数曲線の基本群に関するグロタンディーク（Grothendieck）予想」を証明したことで有名です）。この本のことを思い出し早速読んでみるとやはり「オイラーの多面体定理」のことが書かれていました。この本だけではなく他の本やネットで調べたり，「数論幾何」を勉強している京都校チューターの辻村君（京大理学部３回生）に色々教えてもらったりしたのですが, 調べれば調べる程「オイラーの多面体定理」は奥が深いことがわかってきました。これだけ前置きで「オイラーの多面体定理」のことを書いておいて何ですが，こんなに奥の深いことを自分の納得するように書くとなるとこれは締め切りに間に合わないと危機感を持った私は苦渋の選択で今回は他の問題を取り上げることを決意しました。「オイラーの多面体定理」についてはまたの機会にということでお許しください。

と言う訳で，今回は 1992 年京都大学前期の問題を少々改題した問題を取り上げます。「東大京大特選物理」では演習問題として,「京大阪大・医学部物理」ではテキストの問題として扱った問題です。問題のテーマは「導体棒を用いた電磁誘導」です。今年の京大の電磁気の問題は「導体棒を用いた電磁誘導」の問題になるのではないかと私は予想していて，今回の問題は京大の「導体棒を用いた電磁誘導」についての問題の典型的なものですので，京大を受験する皆さんは必ず解いてみてください。そして，次回の解説では，私の専門である「微分方程式」を用いて掘り下げた解説をしていきたいと思います。

【問題】

図１は導線を取り付けた直方体状の台車を示す。導線は台車の両側面および底面で，前後の面に平行に取り付けられており，台車は絶縁体で作られている。台車の幅を l，台車と導線の質量の和を m とする。この台車を図２のように水平でなめらかな面の上におき，ばね定数 k の弾性ばねで左端の壁につないだ。なお，台車は一方向に沿ってのみ運動し，それを x 方向（右向きを正）とする。さらに，台車の上下に幅の広い S 極および N 極の磁石を置いた。台車の底面に垂直な方向の磁束密度は一様に B であるとする。

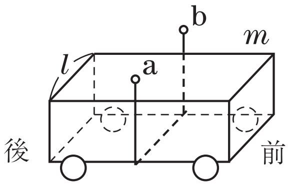

図1

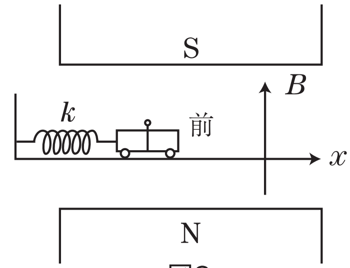

図2

(1)　いま，台車をつり合いの位置（$x=0$）から左方に距離 A だけ押してばねを縮め，時刻 $t=0$ において台車を静かにはなすと，台車は単振動を始める。この時，台車の変位 x と時刻 t の関係は $x=$ $\boxed{\text{イ}}$ となる。台車が振動すると，台車にとりつけた導線（以下，台車導線という）の両端子 a，b 間に誘導起電力が発生し，その電位は，台車が右方に運動しているときは ｛ロ：①　a が高，b が低　，②　a が低，b が高｝ 電位となる。また，左方に運動しているときはその逆電位となるので，結果，端子 a，b には交流電圧が発生する。この電圧（b を基準とした a の電位）V と時刻 t の関係は，$V=$ $\boxed{\text{ハ}}$ となる。

図３のように，台車の上方に２本の導線を x 方向に平行に張り，これに端子 a，b を摩擦なく接触させた。さらに，台車の振動範囲の外でこの平行導線間に抵抗値 R の抵抗を接続した。台車導線と平行導線の抵抗およびインダクタンスは無視でき，端子 a，b と平行導線との接触部の抵抗も無視できるものとする。(1) と同様に，ばねを押し縮めてから台車を静かにはなすと，(1) で考察した誘導起電力によって抵抗および台車導線に電流が流れる。この電流と磁界との作用により，台車の振幅は次第に減少する。

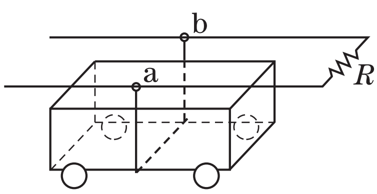

図3

(2)　いま，抵抗 R が大きく，台車は $x=-A$ から動き始め，再び $x=-A$ の近傍に戻って折り返した。この一往復の運動を近似的に振幅 A の単振動と見なすと，その間に抵抗 R で発生するジュール熱 W は近似的に $\boxed{\text{ニ}}$ となる。次に，この熱エネルギーが {ホ：①　磁石の磁気力によるエネルギー　，②　ばねの弾性力によるエネルギー} から供給されることを考慮すると，この一往復の折り返し点は，実際には $x=-A$ からずれ，W を用いて表すと，$x=-A\times\boxed{\text{ヘ}}$ となる。

(3)　図３において，抵抗 R の代わりに容量 C のコンデンサーを接続して，(2) と同様にばねを押し縮めてから台車を静かに離した。台車の速さが v のとき，台車導線の両端子 a，b 間に発生する電圧によってコンデンサーに蓄えられる静電エネルギーは，$\boxed{\text{ト}}$ となる。

いま，台車の変位が x，速さが v のときの全エネルギー E を考えると，E はばねの弾性力による位置エネルギー $\boxed{\text{チ}}$ と台車の運動エネルギー $\boxed{\text{リ}}$ とコンデンサーの静電エネルギーとの和で表される。この結果から，コンデンサーを接続することと，{ヌ：①　ばね定数　，②　台車の質量} を変化させることとは，台車の運動に関して同じ働きをしていることが分かる。一例として，$C=0.10$[F]，$l=0.50$[m]，$B=1.0$[Wb/m^2] とすると，コンデンサーを接続したときの台車の振動は，(2) で考察した場合に比べて，{ル：①　ばね定数　，②　台車の質量} を $\boxed{\text{ヲ}}$ だけ {ワ：①　ばね定数　，②　台車の質量} させたときの振動と同じになる。なお，1[Wb/m^2]＝1[T] である。