

強者の戦略

数学科の川崎です。暑い(熱い?)日が続いていますがいかがお過ごしでしょうか。

今回は、数Ⅲの極限・微分の総合問題を出題します。これ1問解けるようにするだけで、かなりの実力アップが計れる良問です。是非挑戦してみてください。

第1問 (数Ⅲ)

α を $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ を満たす定数とし、方程式 $x(1 - \cos x) = \sin(x + \alpha)$ を考える。

- (1) n を正の整数とすると、上の方程式は $2n\pi < x < 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ の範囲でただ1つの解をもつことを示せ。
- (2) (1)の解を x_n とおく。極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - 2n\pi)$ を求めよ。
- (3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(x_n - 2n\pi)$ を求めよ。