

強者の戦略

数学科の川崎です。今年度もこのページを担当させていただきます。1年間よろしくお願いいたします。毎年、新年度一発目は、その年の入試問題から出題しています。今年もそれに倣って出題したいと思います。挑戦してみてください。

第1問 (数Ⅲ)

n を自然数とする。0でない複素数からなる集合 M が次の条件 (I), (II), (III) を満たしている。

- (I) 集合 M は n 個の要素からなる。
- (II) 集合 M の要素 z に対して、 $\frac{1}{z}$ と $-z$ はともに集合 M の要素である。
- (III) 集合 M の要素 z, w に対して、その積 zw は集合 M の要素である。ただし、 $z=w$ の場合も含める。

このとき、次の問に答えよ。

- (1) 1 および -1 は集合 M の要素であることを示せ。
- (2) n は偶数であることを示せ。
- (3) $n=4$ のとき、集合 M は一通りに定まることを示し、その要素をすべて求めよ。
- (4) $n=6$ のとき、集合 M は一通りに定まることを示し、その要素をすべて求めよ。