

強者の戦略

研伸館の藤原です。強者の戦略 HP 物理ページ第63回（問題編）、第64回（解答編）を担当させていただきます。

2020年から大学入学希望者へのテスト形式が変化します。この原稿を書いている2017年12月の段階では、理科については新しいテスト形式においてどのような出題の形になるのか、まだ情報は公開されておりません。

他教科の情報や、統一的な主題である「主体的・対話的な深い学び」の観点から、理科に関しては下の2点のような出題が多くなるかと予想されます。

- (1) 具体的な実験などをテーマに、実験データから必要・不必要な情報を見分けたり、データから導かれる結論を考察したり、実験結果を変えるために必要な要素を検討させる問題。
- (2) 高校の履修範囲以外の科学的テーマについて、必要な知識は与えた上でその場で検討させる問題。

昨年度の強者の道の物理ページでは、(2)にまつわる問題を出題させていただきましたが、今回は(1)にまつわる問題として、「ミリカンの実験」を紹介させて頂きたいと思います。

(1)の様な「結果から法則を考察する」タイプの出題は、生物においては従来の入試問題においても非常に多く出題されてきました。化学においては「結果から法則を考察する」タイプと「法則から実験結果を予想する」タイプの出題のバランスがとれていると思います。一方で、物理は現状の入試問題において、「結果から法則を考察する」タイプの出題はほぼ見受けられません。物理で最も有名な実験「ヤングの実験」においても、出題される時は「条件を変えた場合の結果を予想する」タイプの出題が大半を占めます。

2020年度以降、理科の中で最も出題形式が変化しそうなものは物理ではないかと個人的には危惧しています。(数学との融合も危惧しています)。今のうちから備えとして、化学、生物、地学などの出題の方法論を学び取り、物理にそれらのエッセンスを取り込むにはどうしたら良いか、といった事を考えています。

今回は現状の物理の入試問題においてほぼ唯一の、「実験データを必ず扱う」問題である「ミリカンの実験」を紹介させて頂きます。教える側にとって、現状で最も興味を持っている問題ですが、受験生の皆様にとっても、解き慣れた「原因→結果」を問う問題だけでなく「結果→原因」も扱う問題ですので、出題されたときに戸惑いやすい人も多いかと思います。是非挑戦してみてください。

【問題】 ミリカンの実験 『出典：2005年度 早稲田大学 理工学部』（考察時間：30分）

図1はミリカンが電気素量を測定した実験装置の断面である。絶縁体で作られた円筒Aの上端と下端は金属電極MとNでふさがれていて、電極間の距離は h である。円筒の上部で霧吹きにより多数の球形の油滴を作り、その1つを電極Mの中央にあけられた微小な穴Pを通して、円筒内に導いた後、Pを閉じる。円筒内の油滴の動きは側面から顕微鏡で観察できる。また、電池とスイッチSを用いて、電極Mを電極Nに対して同電位にしたり任意の電位 V にする事ができる。これを用いてミリカンは次のような測定をした。

強者の戦略

- (1) まず、電池を切り離しておくで油滴は重力でゆっくり下降する。運動中の油滴は空気の抵抗を受けるが、油滴の半径を r 、速度を v としたときに、抵抗力は運動方向に反対に働き、その大きさは $6\pi krv$ である。 $(k$ は空気の抵抗を表す比例定数である。) 油滴の質量は小さいので、油滴に働くすべての力はすぐにつり合って落下速度 v_g は一定になる。このとき鉛直距離 L を落下するのに要する時間 t_g を測定する。
- (2) 次に、油滴が下部電極 N に到達する前に、スイッチを入れて、電極間に電位差 V をかける。油滴は噴霧されるとき摩擦によりわずかに帯電するので、その電気量 q の極性と電極間に加えられる電位差の極性によって、上または下方向の力を受ける。したがって、上向きの力になるような極性で電位差を十分大きくすれば、油滴は重力に逆らって上昇する。そして、(1) と同様な理由で上昇速度は一定の v_f になる。このとき、鉛直距離 L だけ上昇するのに要する時間 t_f を測定する。
- (3) そして、油滴が上部電極 M に到達する前に、電池の接続を切って再び油滴を落下させ、(1) に戻り測定をくり返す。

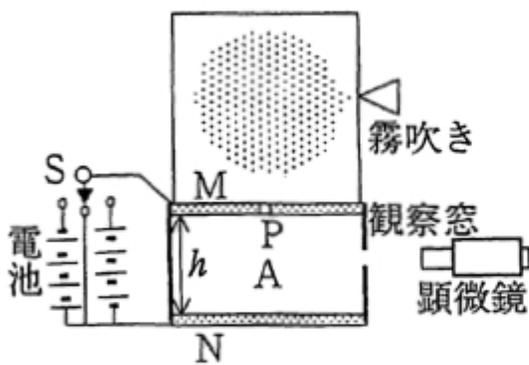


図1 実験装置

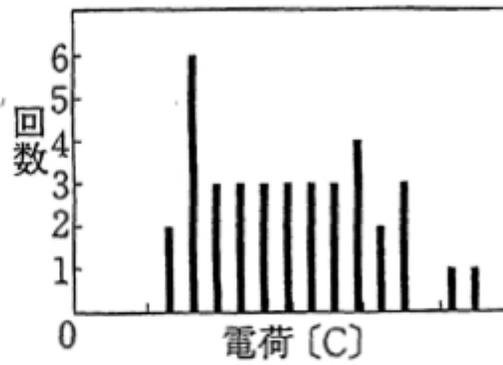


図2 測定結果

表は、ミリカンの測定結果の一部であり、ある油滴について多数回くり返し測定したうちの、9回目から13回目までの結果である。この実験について以下の問に答えよ。ただし、重力加速度の大きさを g とする。

表 ミリカンの測定結果

測定回	t_g [s]	t_f [s]
9	22.9	11.0
10	22.4	17.4
11	22.8	14.3
12	22.8	12.2
13	22.8	12.3

強者の戦略

問1 油滴の質量を m としたときに、落下速度 v_g を求めよ。ただし、空気の密度は小さいので浮力は無視できるとする。

問2 油滴の電荷を $-q$ ($q>0$) とすると、測定 (2) で電極 N に対する電極 M の電位 V をいくらより大きくすれば、油滴は上昇するか。

問3 V が問2の条件を満足するとき、 q を V, h, k, r, v_g および上昇速度 v_f で表せ。

問4 油滴の半径 r は小さいので精密に測定するのは困難である。そこで、油滴の密度を σ として r を消去し、 q を L, V, h, σ, g, k および測定値 t_g, t_f で表すと、

$$q = \frac{6\pi hk}{V} \sqrt{\frac{9kL}{2\sigma g t_g}} \times \boxed{}$$

となる。 $\boxed{}$ に入るべき文字式を示せ。

実験結果の表を見ると、 t_g はほとんど変わらないが、 t_f はしばしば大きく変化しており同じ油滴でも測定ごとに電荷 q が変わっていることがわかる。図2は、ミリカンの論文にあるこの油滴の測定値から求められた q の値の出現回数をグラフにしたものである。これから、 q は連続的であるというよりは、とびとびの値をとり、特定の値 e (電気素量) の整数倍で表わせそうである。つまり、 n を整数として、 $q=ne$ と書ける。ミリカンは計算結果をよく見て、各測定について、 n を推定して e の実験値を求めた。

問5 ミリカンによれば、表の11回目の測定は $n=10$ である。これから、この実験における電気素量の値を有効数字2桁で計算せよ。ただし、 $\sigma = 9.0 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$, $k = 1.8 \times 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$, $L = 1.0 \times 10^{-2} \text{ m}$, $h = 1.6 \times 10^{-2} \text{ m}$, $V = 7.9 \times 10^3 \text{ V}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, とする。

ミリカンは、1つの油滴について4時間以上この測定をくり返した。この間に油滴は100回以上、下降と上昇をくり返した。1911年の論文には、32個の油滴に関する測定結果が書かれている。ミリカンの実験の誤差についても考察しているが、ここでは次のような誤差について考えよう。

問6 k の値を実際より Δk だけ大きく見積もってしまった場合、 q の測定値と真の値との差を Δq とした

とき、 $\frac{\Delta q}{q}$ を $\frac{\Delta k}{k}$ で表せ。ただし、 1 に比べて非常に小さいと考えてよい。また、 1 に比べて非常に小さい値 $|x|$ について、 $(1+x)^a \approx 1+ax$ という近似が成り立つものとする。

問7 q が Δq だけ増加したときの v_f の変化 Δv_f を、 $V, h, k, r, \Delta q$ を用いて表せ。

問8 ミリカンの実験では、速度を求めるために油滴が一定距離 L を通過する時間を測定しているが、ストップウォッチの精度を10分の1秒とすると、表の11回目の測定では真の t_f は14.25 s 以上14.35 s

未満となる。すると、 L の値が正しいとすれば、 v_f の測定値の不確かさ Δv_f は、 $\frac{1.0 \times 10^{-2}}{14.25} - \frac{1.0 \times 10^{-2}}{14.35} \approx 5.0 \times 10^{-6}$ で [m/s] である。この場合、 q の測定値の不確かさ Δq を $1.0 \times 10^{-20} \text{ C}$ 以下にするために油滴の半径 r に関する条件を問7の結果を用いて求めよ。ただし、実験の定数の値は問5と同じとし、 v_g の値は正しいと仮定する。

強者の戦略

このように基本的な物理量の値を求めるには、このほかにも様々な誤差要因を考察しなければならない。ミリカンが、装置の工夫と実験精度の検討を行いながら、油や水銀を用いた実験をくり返し、電気素量の値を求めたのであるが、この業績と光電効果に関する研究により 1923 年にノーベル物理学賞を受賞した。