

# 強者の戦略

第63回に引き続き、藤原です。第64回目は前回紹介した問題「ミリカンの実験」の解説です。

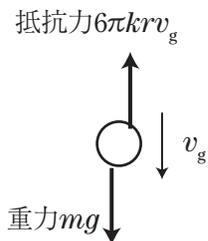
普段あまり触れていない題材の問題かと思いますが、誘導文に従えば、解法は迷う事はなかったかと思いますが、ほぼ計算力で勝負が決まる問題です。

実はこの問題、ある改訂を行うと非常に難しい問題となります。また、2020年以降の物理問題では、そのような改訂があり得るのではないかと勝手に予想しています。

今回は模範解答の他に、＜余談＞では物理的な雑学を記載し、＜考察＞の部分では「今後高校生が物理を学ぶ上で、新たに鍛えていかなければならないと予想されるもの」を記載してみました。＜考察＞の方は、2017年現在で受験生の方々にとっては、大学生になった後、実験などを実施する際に必要となる部分であると思います。参考にしてみてください。

## 【解答解説】

問1 重力と抵抗力の力のつり合いより、

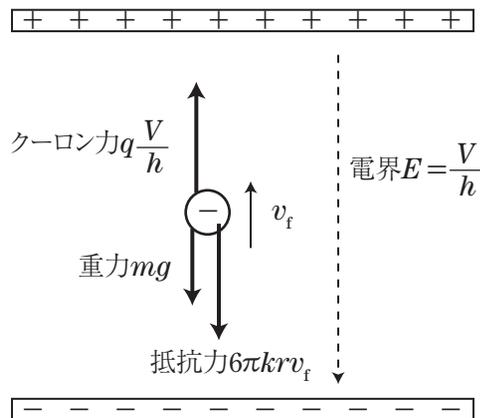


$$6\pi kr v_g = mg \quad \therefore v_g = \frac{mg}{6\pi kr}$$

問2 油滴が負電荷である場合、電極Nに対して、Mの方が高電位の場合に、油滴は鉛直上向きのクーロン力を受ける。またその強さ  $q \frac{V}{h}$  が重力よりも大きければ、油滴は上昇する。

$$\text{よって、} q \frac{V}{h} > mg \Leftrightarrow V > \frac{mgh}{q}$$

問3 上昇速度が一定値  $v_f$  となっているとき、クーロン力が、重力と抵抗力の和とつり合っている。



$$q \frac{V}{h} = mg + 6\pi kr v_f$$

これと、問1の式より  $mg$  を消去すると、

$$q \frac{V}{h} = 6\pi kr v_g + 6\pi kr v_f$$

$$\therefore q = \frac{6\pi kr h}{V} (v_g + v_f)$$

## ＜余談＞

問1～3は誘導に従えば難しくはなかったと思います。与えられている抵抗力の式  $6\pi kr v$  [N] についてですが、これは一般的に運動物体が球体のときに近似的に成立する式で、定数  $k$  ( $\eta$  と表すときもある) は、回りの物質の「粘度 [Pa·s]」を表す値で、定義としては、その物質を2枚の板で挟んで、接触面と平行に板をずらした際に、板と物質の間に発生する摩擦力から定める値である。

問4 油滴の質量  $m = \sigma \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$  を、問1の式に代入して  $m$  を消去すると、

$$\left(\sigma \cdot \frac{4}{3} \pi r^3\right) g = 6\pi kr v_g \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{9kv_g}{2\sigma g}}$$

# 強者の戦略

これと、 $v_g = \frac{L}{t_g}$ 、 $v_f = \frac{L}{t_f}$ を問3の値に代入して、

$$q = \frac{6\pi kh}{V} \sqrt{\frac{9kL}{2\sigma g t_g}} \left( \frac{L}{t_g} + \frac{L}{t_f} \right)$$

## <考察>

今回の問題で手が止まりやすいのは、この問4と次の問5ではないかと思います。ただ問4は、「この文字を用いて表せ」の一文があるので、そこから計算の方針を見出す事が可能です。

しかしこの問題を入試問題として捉えず、実際の実験計画として見た場合、 $q$ を「計測可能な文字式を用いて表わす」事が目的となり、これは非常に難問になると思います。どの様な式変形を行うのが、適切なのでしょうか。

今回の実験は、「何回も」油滴を落下させる事が前提です。複数の油滴を扱うとき、「油滴ごとに異なる値はどれか?」と考えると、登場しているものの中では、 $q$ 、 $m$ 、 $r$ 、 $v_g$ 、 $v_f$ 、 $t_g$ 、 $t_f$ が挙げられます(密度 $\sigma$ は一様と考えられる)。これらの内、直接調べにくい電荷 $q$ を、他の値から測定しようとしているわけですが、質量 $m$ と半径 $r$ も、落下する油滴ごとに値を測定するのは非常に難しいです。よって、 $q$ を求める関係式の中から、この2つは消去する、という発想が出来たら正解に至ります。

現行の入試問題では、ここまで状況を読み解く力は要求されませんが、実験計画を立てる際には必要になると思います。更に理科という学問の本質は「状況のシミュレーション」ですから、上記の様な発想は、本来ならば鍛えるべき力と言えます。ただ、難しすぎるので、現行の物理入試問題からはあまり積極的に出題されません。

入試改革において、このような問題の出題が増えると、物理に関しては確実に「難化」していきだろ

うあ、と考えます(個人的には教えがいがあるとも思えます)。

問5  $q=10e$ として、与えられた数値及び $\pi \doteq 3.14$ を問4の式に代入すると、

$$e \doteq 1.6 \times 10^{-19} [\text{C}]$$

## <考察>

今回 $n=10$ を与えていますが、ミリカンの実験の問題は、この $n$ を未知数にしている場合も多いです。その場合は測定結果のデータが、今回の様に5つではなく、もっと多くのデータが掲示されて、それらの値から $e$ の値を「推定」していく事になります。

手順としては、以下の通り。

- (1) 各々測定結果から $q$ の値をそれぞれ求める。
- (2) さらにそれぞれの $q$ の値の差をいくつか調べる。※ $q$ 自体より差の値の方が、求めたい $e$ の比較的小さい自然数倍になると推測される。
- (3) (2)の差の値が全て $e$ の(比較的小さい)自然数倍となるような、 $e$ の値を推測する(おおよそその値で良い)。さらにそれぞれの差の値が $e$ の何倍であるかを自然数で考える。
- (4) それぞれの差の値を自然数で割っていき、それらの平均値を $e$ の推定値とする。

以上。

多くの問題集にはそのような問題が掲載されているかと思いますが、他の問題と異なり方程式を解くわけではないので、出題されたときの事を考えて練習しておいた方が良いかと思います。

## <余談>

数値計算が非常に面倒くさく、解答を諦める人も多そうな気がします。白状すると、私も計算終了した後、不安だったので、電卓で検算しました。平方根の中が、真面目に計算して $4.03 \times 10^{-12}$ となり、平方根をとって、およそ $2.0 \times 10^{-6}$ となるのが救いだと思います。実験を題材にした出題が増える場合、

# 強者の戦略

数値計算に関しては「電卓使用は可。ただし、関数電卓は不可。」といった配慮も必要ではないか?と思います。

問6 問4において、 $q \rightarrow q + \Delta q$ ,  $k \rightarrow k + \Delta k$ と変形して、

$$q + \Delta q = \frac{6\pi(k + \Delta k)h}{V} \sqrt{\frac{9(k + \Delta k)L}{2\sigma g t_g}} \left( \frac{L}{t_g} + \frac{L}{t_f} \right)$$

この式と問4の式を両辺割ると、

$$1 + \frac{\Delta q}{q} = \left(1 + \frac{\Delta k}{k}\right) \frac{3}{2}$$

$$\cong 1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{\Delta k}{k}$$

$$\therefore \frac{\Delta q}{q} \cong \frac{3}{2} \cdot \frac{\Delta k}{k}$$

問7 問3における力のつり合いの式

$$q \frac{V}{h} = mg + 6\pi k r v_f$$

において、 $q \rightarrow q + \Delta q$ ,  $v_f \rightarrow v_f + \Delta v_f$ と変形して、

$$(q + \Delta q) \frac{V}{h} = mg + 6\pi k r (v_f + \Delta v_f)$$

$$2 \text{ 式の両辺を引くと、} \Delta q \frac{V}{h} = 6\pi k r \Delta v_f$$

$$\therefore \Delta v_f = \frac{V}{6\pi k r h} \Delta q$$

問8 問7より、 $\Delta q = \frac{6\pi k r h}{V} \Delta v_f$

$$\text{条件より、} \frac{6\pi k r h}{V} \Delta v_f \leq 1.0 \times 10^{-20} \text{であればよい。}$$

$$\therefore r \leq \frac{V}{6\pi k h \Delta v_f} (1.0 \times 10^{-20}) \cong 2.9 \times 10^{-6} [\text{m}]$$

<余談>

問4の考察で述べた事に加えて、実際には $k$ ,  $t_g$ ,  $t_f$  (及び $v_g$ ,  $v_f$ ) も、 $m$ や $r$ ほどではありませんが、正確な計測は難しく、多少の誤差は生じると考えられます。問6~8ではそれらの誤差について考察して

います。このような誤差の要因について検討する問題も、実験を扱う問題としては大きなテーマになるかと思っています。

ミリカンは顕微鏡と時計を用いて、何回も計測を繰り返しました。半径 $r$ の工夫以外に、計測結果を増やす事で、精度の高い $e$ の推定値を出そうとしています。現在はミリカンの時代よりもはるかに技術が進歩した高性能カメラがありますので、 $t_g$ ,  $t_f$  (及び $v_g$ ,  $v_f$ ) の値はかなり高い精度で計測可能です

<最後に>

実験をテーマにした問題を扱う際は、法則理解だけでなく、それ以外の能力も鍛える必要があるという事がこの問題を通してなんとなく理解してもらえるかと思っています。では、「具体的にどうすれば良いのか?」と考えた時に、私見としては以下のような意識を持って物理公式を眺める事が良いトレーニングになるのでは、と考えます。

段階1

物理公式の各物理量について、「単位は何か」という点を常に確認する様に心がける。

これは、現行の物理を学ぶ際でも重要な事と言えます。理科は様々な単位の値を同時に扱うので、この部分が不理解の場合、間違った式の代入が行いがちです。特に数値計算の場合は単位の正確な理解が要求されるので要注意です。

段階2

物理公式や状況から導き出した関係式について、「複数回実験を繰り返した」場合や「長時間放置した」場合などにおいて、式中の、どの値が変数、定数になるかという点を考察するトレーニングを積む。

# 強者の戦略

## 段階3

データが与えられた際は、導き出した関係式と照らしあわせて、「重要データ」「不必要なデータ」を吟味するトレーニングを積む。

入試改革において、新たに必要とされる能力は、いずれも一回で出来る事ではなく、練習を繰り返す必要があるものばかりだと予想します。

ただ闇雲にトレーニングするのではなく、より効率的なトレーニングを積むための、「方向性の指示」をアドバイス出来る様な工夫を考えていきたいと思っています。

# 強者の戦略