

強者の戦略

数学科の川崎です。前回までは特別ゲストとして吉田先生から出題していただきましたので、かなりお久しぶりですね。7月の下旬に円周率 π の無理数性の証明を紹介しましたが、今回も π にまつわる問題(π の近似値について)を出題します。円周率好きやなと突っ込みが飛んできそうですが、せっかくの機会ですので円周率についての理解を深めましょう。

まずは下の問題を見てください。

円周率が3.05より大きいことを証明せよ。

【2003年 東京大学 理系前期 第6問】

“円周率を3にするかどうか”の議論があった2003年の東大の問題です。当時かなり話題になりましたし、京大の $\tan 1^\circ$ の問題(第3回の野口先生出題の問題)と並んで問題文の長さでも有名なもので、見たことがある人も多いでしょう。円周率の定義を考えて π を下から評価しなさいという問題です。それほど厳しい評価ではないので、やり方が分かればすんなりできます。

単にすんなりでは面白くないので、今回はこれを少し難しくして出題します。精度を上げて、さらに上からの評価も考えることで、小数第1位まで正確に求めてみましょう。

数学第7問 (I A II B)

円周率を π とする。

(1) $\pi > 3.1$ を証明せよ。ただし、必要ならば $\sqrt{2} > 1.414$, $\sqrt{3} > 1.732$ を用いよ。

(2) $\pi < 3.2$ を証明せよ。

ただし、必要ならば(1)の $\sqrt{2} > 1.414$, $\sqrt{3} > 1.732$ に加えて、 $\sqrt{2} < 1.415$, $\sqrt{6} < 2.450$ を用いよ。また、

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ において、 $\tan x > x$ であることも証明なしで用いてよい。

(余談)

前回の吉田先生出題の問題に関してですが、A○B48のメンバーの中には同じ誕生日の2人がいるそうです(2009年9月現在)。授業で担当している生徒に教えてもらいました。わざわざ調べてくれた彼に敬意を表してここに書いておきます。