

# 強者の戦略

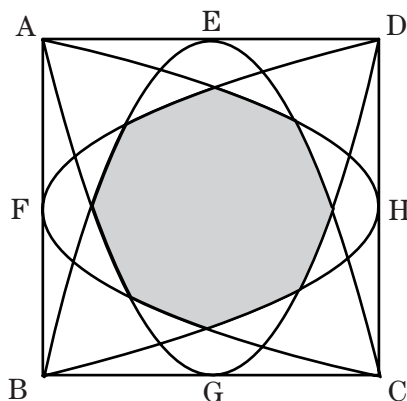
数学科の竹本です。では解答解説に参りましょう。今回のポイントは

## ・対称な図形の処理

です。対称な図形は平面・空間を問わず**対称軸（面）**で切断して考えましょう。

### 数学第3問 (IAIIB)

一辺の長さが2である正方形 ABCD の各辺の中点を E, F, G, H とする。下図のように4つの放物線で囲まれる図形の面積を求めよ。



$A(-1, 1)$ ,  $B(-1, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(1, 1)$  としても一般性を失わない。図の太線の放物線の方程式は

$$y = 2x^2 - 1$$

であるから、図の P の座標は  $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$  である。

また求める図形は直線 AC:  $y = -x$  に関して対称であるから

$$2x^2 - 1 = -x \iff x = -1, \frac{1}{2}$$

となるので図の Q の座標は  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$  である。

よって求める面積は

$$1^2 + 8 \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \{0 - (2x^2 - 1)\} dx = \frac{8\sqrt{2} - 7}{3}$$

である。

