

強者の戦略

物理の内多です。先日（2010年5月21日）、H-IIA ロケット17号機の打ち上げが成功し、複数の探査機が無事宇宙に旅立っていきました。中でも金星探査機「あかつき」は、5台の観測カメラを用いて、スーパーローテーション（金星大気に発生している秒速約100mの風）などの金星大気の謎を解き明かそうとするもので、その成果が大いに期待されているところです。また、小型ソーラー電力セイル実証機「IKAROS」は、自身が広げる20m四方の薄膜鏡をいわば'帆'に見立て、そこに当たる太陽光を動力源にして宇宙空間を進む宇宙船です。アイデア自体は古くからあるそうなのですが、それを実証しようとするのはこの「IKAROS」が初めてです。成功すれば宇宙空間を燃料なしで運行できるわけで、こちらもその結果に注目が集まっています。

というわけで、今回の問題は、この「IKAROS」にちなんだものとします。2002年の京都大学後期試験に、この「IKAROS」が太陽光を浴びて進む原理を説明する問題が出題されています。是非チャレンジしてみてください。

ただし、この問題を解くためには、「光の粒子性」に関する知識が多少必要です。これは物理Ⅱの「原子構造と原子核・素粒子」の範囲にあたるため、未習である人もいるかとは思いますが、あえてノーヒントでいきます。わからない部分があれば適宜お手持ちの教科書や参考書などを用いて調べてください。

【問題】

次の文を読んで、には適した式をそれぞれの解答欄に記入せよ。また、{ }には選択肢から適したものを選び、その番号をそれぞれの解答欄に記入せよ。ただし、プランク定数を h 、光速を c 、万有引力定数を G とする。なお、はすでにで与えられたものを同じものを表す。

(1) 図1に示す面積 S の鏡が光から受ける力を計算しよう。光は鏡面に垂直に入射し完全に反射されるものとする。鏡の速度は光速より十分小さく、ドップラー効果は無視できるものとする。また、図1の右方向を正の方向とする。光の振動数を ν とすると、1個の光子が持つ運動量はである。鏡に衝突した光子は鏡によって反対方向に反射される。そのため、1個の光子が鏡に与える運動量はである。よって、単位時間・単位面積あたりに入射する光子の数を n とすると、鏡全体が受ける力はとなる。

(2) 次に図2に示すように、太陽から距離 R の位置で太陽光を受けている宇宙ヨットを考えよう。宇宙ヨットの質量は m であり、面積 S のセイル（帆）を持っている。セイルは太陽光を完全に反射する鏡で作られており、太陽光はセイルの鏡面に垂直に入射する。太陽以外の惑星や恒星からの万有引力や光は無視できるものとする。また、宇宙ヨットの速度は光速より十分小さく、ドップラー効果は無視できるものとする。太陽光は太陽から等方的に放射される。単位時間に放射される太陽エネルギーを L 、太陽の質量を M とすると、太陽からの R の位置にあり、太陽方向に垂直な面に入射する太陽光エネルギーは単位時間・単位面積あたりである。簡単のため、太陽から放射される光子の平均振動数を ν と仮定すると、この面に入射する光子の個数は単位時間・単位面積あたり $n =$ となる。よって、宇宙ヨットが太陽光から受ける力の大きさは L と R を用いてと表せる。太陽から遠ざかる方向を正とすると、この太陽光から受ける力と万有引力との合力は、と書ける。よって、セイルの面積 $S_0 =$ にすると太陽に対して宇宙ヨットを静止させることができる。また、太陽からの距離 R の位置よりも遠

強者の戦略

方で宇宙ヨットを静止させる場合に必要なセイルの面積は { : ① S_0 よりも大きい, ② S_0 よりも小さい, ③ S_0 と同じである }。

ここで、静止させるために必要なセイルの大きさを概算してみよう。太陽の質量を 2×10^{30} kg, 単位時間あたりに放射される太陽光エネルギーを 4×10^{26} W, 万有引力定数を 7×10^{-11} N·m²/kg², 光速を 3×10^8 m/s とすると, 質量 1×10^3 kg の宇宙ヨットを太陽から距離約 2×10^{11} m の火星軌道の位置で静止させるためには, 一辺が { : ① 約 8 m, ② 約 80 m, ③ 約 800 m, ④ 約 8 km, ⑤ 約 80 km, } の正方形のセイルが必要である。

次に、現在太陽から距離 R の位置に静止しているこの宇宙ヨットに対して、質量は m のままセイルの面積を S_0 から S_1 に変更したところ、宇宙ヨットは太陽から遠ざかる方向に運動を始めた。距離 R で宇宙ヨットの持つ万有引力の位置エネルギーは、無限遠を 0 として $-G \frac{Mm}{R}$ である。この類推で考えると、太陽光から力を受けているということは、セイル面積 S_1 の宇宙ヨットが距離 R で の位置エネルギーを持つことに相当する。したがって、万有引力と太陽光から受ける力の両者を合わせた全位置エネルギーは、 $-G \frac{Mm}{R} + \text{$ となる。よって、太陽から十分離れた宇宙空間で最終的に到達する速度は である。

また、宇宙ヨットの質量は m のまま、太陽光を完全に反射する鏡から完全に吸収する素材にセイルを変更した場合、太陽から距離 R の位置に静止している宇宙ヨットが と同じ最終到達速度を得るのに必要なセイルの面積は である。

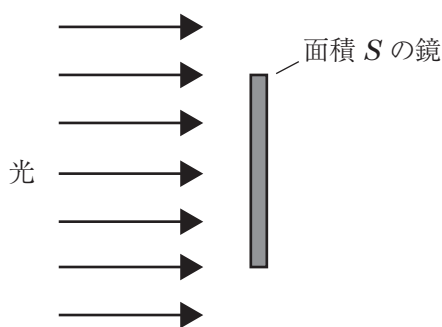


図 1

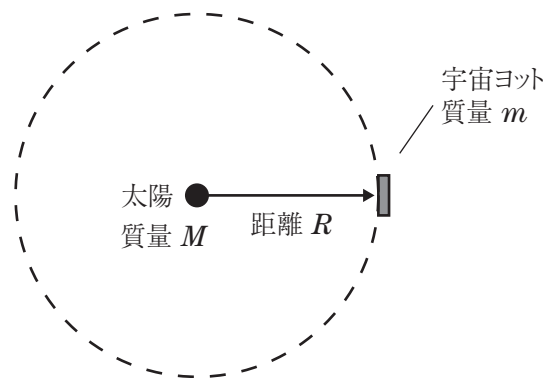


図 2