

強者の戦略

数学科の川崎です。新年度明けましておめでとうございます。気持ちも新たに勉学に励んでいきましょう。今年もこのページを担当させていただくことになりました。強者候補の皆さんに、有意義な問題を提供できるよう頑張りたいと思います。

さて、今年度の1問目は今春の入試問題から取り上げます。(2)までは落とせません。(3)が勝負の分かれ目です。

第1問 (IIC)

n を正の整数とする。数列 $\{a_k\}$ を

$$a_1 = \frac{1}{n(n+1)}, \quad a_{k+1} = -\frac{1}{k+n+1} + \frac{n}{k} \sum_{i=1}^k a_i \quad (k=1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。

- (1) a_2 および a_3 を求めよ。
- (2) 一般項 a_k を求めよ。
- (3) $b_n = \sum_{k=1}^n \sqrt{a_k}$ とおくとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \log 2$ を示せ。

(2012 東京工業大学 大問3)