

強者の戦略

数学科の竹本です。今回は京都大学の過去問から積分法に関する出題です。基本的事項が理解できていればそこまで難しくはないと思いますのでチャレンジして下さい。

数学第2問 (III C)

(1) $f(x)$ は $a \leq x \leq b$ で連続な関数とする。このとき

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx = f(c) \quad (a < c < b)$$

となる c が存在することを示せ。

(2) $y = \sin x$ の $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の部分と $y = 1$ および y 軸が囲む図形を、 y 軸のまわりに回転

して得られる立体を考える。この立体を y 軸に垂直な $n - 1$ 個の平面によって各部分の

体積が等しくなるように n 個に分割するとき、 $y = 1$ に最も近い平面の y 座標を y_n とす

る。このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} n(1 - y_n)$ を求めよ。