

強者の戦略

強者のサイトをご覧になっている皆さん、こんにちは。数学科の中西です。

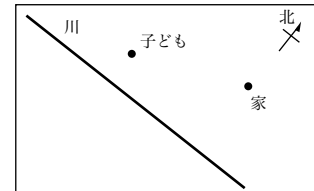
今回は、「図形と方程式」に関する出題です。【1】は作図の問題で、知っている人ならば一瞬で解けてしまうので、【2】を用意してみました。【1】で作図する際は、コンパスと真っ直ぐな線が引ける定規（長さは測れない）を用いてください。長さの測れる定規や、分度器は用いることができません。

それでは、問題です。

問題

【1】 右図中の子どもが家に帰る経路を考える。ただし、家、川以外の建物や道路は無く、平原が広がっているものとして、以下の問いに答えよ。

- (1) 一度川に寄って水をくんでから家に帰る最短ルートを作図して求めよ。
- (2) 川の北側の領域のみで作図して(1)の最短ルートを求めよ。
- (3) (1)と(2)が同じになることを証明せよ。



【2】 n を自然数とする。座標平面上の $4n$ 個の点 $(1, 0), (2, 0), \dots, (2n, 0), (0, 1), (0, 2), \dots, (0, 2n)$ を 2 つずつ $2n$ 個の組に分けて、それぞれの組における 2 点の距離の和を考える。このような和が最大になるときの、2 点の距離の 2 乗の和を求めよ。

【1】に関しては、大学入試問題を原文のまま載せていますが、中学生のときに「そこまで作図をやりまくったわけではない」という方は、【1】の(2)と(3)は同時に考えるようにすると、解きやすいと思います。

また【2】においては、「数列の単元を習っていない方」や「今、強者を目指して頑張っている発展途上の方」は $n=2$ のとき、つまり、8 個の点で考える問題に変更して解いてもらってもよいと思います。

それでは、解答編でお会いしましょう！