

強者の戦略

強者サイトをご覧になっている皆さん、こんにちは。数学科の中西です。

桜が舞う季節を迎え、2014年度が始まりました。皆さん、自分の中の目標に向かって、それぞれの新たな一歩を踏み出していることと思います。

中1や高1の皆さんは、もう少しするとクラブ選びの時期がやってきますね。私自身は中学のときは軟式テニス部に入っていました。運動神経はよくないのであまり活躍できませんでしたが、あの頃に「テニス（スポーツ）には戦術・戦略がある」ことに気づいていれば、もっと作戦を練ったりして楽しめただろうになあ、と少し残念に思ったりもしています。

さて、テレビ中継などではシングルス（1対1で戦う）の試合を見る機会が多いと思いますが、テニスには団体戦もあります。以下の問題では、とあるチームが格上のチームに勝つ確率を少しでも上げようと、事前に作戦を練っています。ぜひ、強者の皆さんの力で、適切なアドバイスをしてあげてください！

それでは、問題です。

問題

研伸館の数学の講師で構成された M チームと、研伸館でテニスが大好きな講師が率いる F チームが、テニスの試合で対戦することになった。F チームは強力な A, B 両選手を擁しているが、M チームは比較的 5 人の力がそろっていて、M チームの T, U, V, W, X の各選手が F チームの A, B, C, D, E の各選手とシングルスで対戦して勝つ確率はそれぞれ次の表の通りであるとする。

選手 \ 相手	A	B	C	D	E
T	0	p	q	q	1
U	0	p	q	q	1
V	0	0	r	r	1
W	0	0	s	s	q
X	0	0	s	s	q

(ただし、 $p = \frac{1}{4}$, $q = \frac{3}{4}$, $r = \frac{2}{3}$, $s = \frac{1}{2}$ とする.)

両チームのそれぞれ 5 人の選手がシングルスに 1 度ずつ出場して対戦し、先に 3 人が勝った方のチームを勝ちとする団体戦が行われるものとし、F チームのオーダーについて「A は 1 番または 2 番に、B は 3 番または 4 番に、E は 5 番に出る」という確かな情報があるとする。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) T と U および W と X を区別しない (T および W が 2 回ずつ、V が 1 回出ると考えてもよい) とき、M チームのオーダーは何通りあるか。
- (2) T と U, W と X, 1 番と 2 番および 3 番と 4 番を区別しないとき、M チームのオーダーは何通りあるか。
- (3) M チームがどのようなオーダーにすると、勝つ確率が最大となるか、その理由も述べよ。また、その確率はいくらか。

確率に慣れていれば特別な思いつきがなくても解ける問題ですが、計算がやっかいなので時間に余裕があるときに取り組んでください。原題はある医科大の入試問題で 150 分 3 問のうちの 1 題ですので、答案の清書・見直しを含めて 50 分で取り組んでみるとよいかもしれません。

それでは、解答編でお待ちしています。