

# 強者の戦略

強者サイトをご覧になっている皆さん、こんにちは。数学科の中西です。

今回は、普通とは少しだけ雰囲気の異なる確率の問題を選んでみました。決して難しい問題ではないので、どちらかというと高2生以下の強者にならんとしている皆さんに向けての問題です。ただ、高3生であっても医科大学系を視野に入れているのであれば、解いておいて損はないと思います。

それでは、問題です。

## 問題

狂牛病にかかっているかどうかを診断する検査法がある。すなわち、この検査に対して陽性であれば狂牛病にかかっていると判断され、陰性であれば狂牛病にかかっていないと判断される。この検査法は信頼すべきものであり、実際病気にかかっている牛を検査すれば、 $p$ の確率で陽性になり、 $1-p$ の確率で陰性になることがわかっている。また、病気にかかっていない牛を検査すれば、 $q$ の確率で陽性になり、 $1-q$ の確率で陰性になることがわかっている。狂牛病にかかっている牛が確率 $r$ で存在するとして、以下の問いに答えよ。

- (1) この検査で陽性になった牛が、実際に病気にかかっている確率 $S$ を求めよ。
- (2)  $p=0.98$ ,  $q=0.08$ ,  $r=0.001$ のとき、検査で陽性になった牛が、実際に狂牛病にかかっている確率は何%になるか。
- (3) (2)の確率が与えられているとき、10000頭の牛を対象にしてこの検査を行えば、陽性になる牛は何頭出ることになるか。
- (4) (1)で求めた $S$ において、 $q=0.1$ ,  $r=0.001$ と固定し、 $p$ のみを0から1まで動かしたときの $S$ の変化を $pS$ 平面にグラフで描け。
- (5) (1)で求めた $S$ において、 $p=1$ ,  $r=0.001$ と固定し、 $q$ のみを0から0.1まで動かしたときの $S$ の変化を $qS$ 平面にグラフで描け。

(1), (4), (5)がメインなので、まずはそこだけ抜き出して解いてもらっても構いません。(4), (5)においては、定義域の部分だけグラフの概形が掴めていれば十分だと思いますが、時間に余裕があるなら定義域の外側のグラフを描いてみるのも面白いと思います。

高1生の方で、研伸館の「高1 数学確率の発展特講」をすでに受講している方は、その授業内容がヒントになると思いますので、参考してみてください。

それでは、解答編でお待ちしています。