

強者の戦略

強者サイトをご覧になっている皆さん、こんにちは。数学科の中西です。

突然ですが、「じゃんけん」はかなり洗練されたルールを持ったゲームではないでしょうか。ルールがわかりやすく、少人数であれば比較的短時間で決着がつき、有利不利の差も（一部のじゃんけん名人を除き）ほとんど無い公平なゲームだと思います。

ですが、じゃんけんにも弱点が存在します。それは「多人数で行うとあいこになる確率が高い」ことです。私が子供の頃ならば、多人数の場合は「グーパー、グーパー分ーかーれ」の合図でグーかパーだけを出し、2グループに分けた上で普通のじゃんけんを行っていました。ただ、チョキ大好き私としては「なんで、グーとパーだけ優遇されてんねん！」と、つつい思ってしまったわけです。

そんなチョキ愛好家が作った問題かどうかはわかりませんが、以下の様な入試問題を見つけましたので取り上げたいと思います。

問題

多人数でじゃんけんをすると通常のじゃんけんのルールの下ではあいこになることが多いので、次のような新ルールを考える。

- (i) グー、チョキ、パーのうち1種類または2種類の手が出たときは、通常のじゃんけんのルールに従う。
- (ii) グー、チョキ、パーすべての手が出たときは、出した手によってグループに分け、次のように決める。
 - (a) 最も人数の少ないグループが1組の場合には、そのグループを勝者とする。
 - (b) 最も人数の少ないグループが2組できた場合には、じゃんけんで勝つほうの手を出したグループを勝者とする。
 - (c) 3グループとも同じ人数の場合には、あいことする。

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) A君を含む4人で1回のじゃんけんをする。A君はチョキを出し、残り3人の各人はグー、チョキ、パーをそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で出すものとする。A君1人だけ勝つ確率を、通常のじゃんけんのルールを適用した場合と新ルールを適用した場合のそれぞれについて求めよ。
- (2) $n \geq 2$ とする。新ルールの下で n 人が1回のじゃんけんをするとき、あいこになる確率を n を用いて表せ。ただし、各人はグー、チョキ、パーをそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で出すものとする。
- (3) $n \geq 4$ とする。新ルールの下で n 人が1回のじゃんけんをするとき、1人だけが勝つ確率を n を用いて表せ。ただし、各人はグー、チョキ、パーをそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で出すものとする。

この新ルールならば、グー、チョキ、パーの対等性を崩さずに、あいこの確率をぐっと下げることができますね！……もちろん、実際にこんなルールを提案しようものなら「ルールがうざい」の一言でバツサリ斬り捨てられるわけですが（笑）そこはご容赦ください。

それでは、解答編でお待ちしています。