

強者の戦略

強者サイトをご覧になっている皆さん、こんにちは。数学科の中西です。

昔、消費税率が5%だった頃、コンビニ等で740円分の買い物をする、消費税込みの価格が777円になっていました。最近では「ラッキーセブン」というようなことは言わなくなったのかもしれませんが、個人的にはこっそり嬉しく思っていたりしたものです。

さて、コンビニではそこまで高額の買い物はしませんが、消費税込みの価格が7777円とか77777円のような結果になることはあるのでしょうか……といったところで、問題です。

問題

n を自然数とする。 n 円の商品一個の買い物に対して消費税が次のように定まるものとする。

$$\text{消費税} = (n \times 0.05 \text{ の小数部分を切り捨てた整数}) \text{ 円}$$

また、この商品を買ったときの税込みの支払い総額 T 円は

$$T \text{ 円} = n \text{ 円} + \text{消費税}$$

となる。どのような自然数 n に対しても n 円の商品が存在するものとして、次の各問いに答えよ。

- (1) T として決して現れない自然数をすべて求めよ。
- (2) m を任意の自然数とする。

$$T = 777 \cdots 77 \text{ (7 が } m \text{ 桁続く)}$$

となるような自然数 n は存在するか。存在するか存在しないかを答えた上で、その理由を述べよ。

実際の過去問よりも (2) を少し簡単に改題していますので、その分 (1) を少しだけ難しくしています。原題が2003年度に出題された問題ですので、税率が5%のままであることはご容赦ください。

それでは、解答編でお待ちしています。