

強者の戦略

こんにちは、数学科の高木です。今回は数学Ⅲの複素数平面からの出題です。

強者予備軍のみなさんは、鏡像（反転）について、数学Ⅱの図形と方程式や数学Bの平面ベクトルを用いて考える力は身につけていると思います。次のステップとして、複素数平面でも鏡像（反転）を理解できるようになりたいものです。次の問題をじっくりと考えてみて下さい。

問題

平面上の2点 P, Q が中心 O 、半径 r の円 C に関して鏡像の関係にあるというのは、3点 O, P, Q が O を端点とする半直線上にあって、 $OP \cdot OQ = r^2$ を満たすことをいう。

- (1) α が正の数するとき、複素数平面上で中心 α 、半径 α の円を C_α とする。円 C_α に関して点 z と鏡像の関係にある点を w とする。 $w = f_\alpha(z)$ とするとき、 $f_\alpha(z)$ を求めよ。
- (2) α がすべての正の数を動くとき、 $f_\alpha(i)$ の描く曲線を求めよ。