

# 強者の戦略

こんにちは、数学科の高木です。今回は数学Ⅲの複素数平面からの出題です。

強者予備軍のみなさんは、鏡像（反転）について、数学Ⅱの図形と方程式や数学Bの平面ベクトルを用いて考える力は身につけていると思います。次のステップとして、複素数平面でも鏡像（反転）を理解できるようになりたいものです。次の問題をじっくりと考えてみて下さい。

## 問題

平面上の2点  $P, Q$  が中心  $O$ 、半径  $r$  の円  $C$  に関して鏡像の関係にあるというのは、3点  $O, P, Q$  が  $O$  を端点とする半直線上にあって、 $OP \cdot OQ = r^2$  を満たすことをいう。

- (1)  $\alpha$  が正の数するとき、複素数平面上で中心  $\alpha$ 、半径  $\alpha$  の円を  $C_\alpha$  とする。円  $C_\alpha$  に関して点  $z$  と鏡像の関係にある点を  $w$  とする。 $w = f_\alpha(z)$  とするとき、 $f_\alpha(z)$  を求めよ。
- (2)  $\alpha$  がすべての正の数を動くとき、 $f_\alpha(i)$  の描く曲線を求めよ。