

# 強者の戦略

数学科の西村です。ゴールデンウィークが明け、また暑い夏がやってくるんだなと感じる今日この頃です。昨年度に引き続き、強者の戦略を担当させていただくことになりました。1年間よろしくお願いたします。

さて、今年度は数Ⅲの担当ということで、一発目の問題は今年の入試で出題された微積分の問題です。理系の人は微積単元が大きな柱となりますから、是非挑戦してみてください。

問

$xy$  平面上において、半径 2 の円板が  $x$  軸に接しながら正の方向にすべることなく回転するとき、円板上の定点  $P$  が描く曲線  $C_1$  を考える。時刻  $t=0$  における円板の中心  $D$  の位置を点  $(0, 2)$ 、 $P$  の位置を点  $(0, 1)$  とする。時刻  $t$  において  $D$  が点  $(t, 2)$  の位置にあるように円板が回転していくとき、次の問いに答えよ。

- (1) 時刻  $t$  における  $P$  の座標  $(x, y)$  を求めよ。
- (2) 時刻  $t$  に対応する点  $P(x, y)$  における  $C_1$  の法線  $l$  が  $x$  軸と交わる点を  $M$  とし、 $M$  が線分  $PQ$  の中点となるような  $l$  上の点を  $Q$  とする。 $Q$  の座標  $(X, Y)$  を求めよ。ただし、 $t=0$  のときは  $Q$  を  $(0, -1)$  とする。
- (3) 点  $Q$  が描く曲線を  $C_2$  とする。2 曲線  $C_1, C_2$  と  $y$  軸、および  $t=3\pi$  のときの (2) における法線  $l$  で囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ。