

強者の戦略

物理講師の内多です。

次々と配信されるネットニュースの速報が気になり、原稿作成が遅々として進まない自分がいます。

平成28年(2016年)4月14日夜に熊本地方を震源として発生した一連の地震は、4月16日未明になって「本震」と推測される最大規模の地震に至りました。私がいま原稿を書いているときにも余震が続き、救助作業、復旧作業の障害となっています。この一連の地震が一刻も早く収束しますように、そして被災地の復興が一日も早く遂げられますように、と祈るばかりです。

自然災害のニュースに触れるたびに、何か被災地のために出来ることはないか、といってもたってもいられなくなる高校生も多いことでしょう。お小遣いの中から工面して義援金を送ったり、復旧のためのボランティアに参加したり、積極的に行動している高校生もいるはずです。非常に尊い行為です。しかし、それらのことが今すぐにはできない高校生も多いはずです。もしそうであるならば、ぜひ、焦らずに今の「学び」を続けてください。自然災害のニュースに触れて、例えば、(被災者の方々に寄り添ってケアをしたい)、(地震による被害をより小さくするような建築物を作りたい)、(自然災害の状況を全国に伝えるジャーナリストになりたい)などの将来像がおぼろげながらに形作られたとしたら、それを叶えるための必須条件は「様々な一般知識・専門知識を得ること」でしょう。それらのうちの「一般知識」は、高校の学習内容が広くカバーしているものと私は思います。あなたたちの「学び」が後に開花し、(悲しいことですがきっと起こるであろう)「将来の災害の被災地」であなたたちが大きな力となればよい。私はそう願います。

今回は、当初予定していた問題を急遽差し替えました。2005年度の東北大学の後期試験を取り上げます。分野は「波動」、テーマは「地震波」です。私がみなさんに提供できる「学び」の分野は「物理」くらいなものです。地震波も立派な波動の一種であるという「一般知識」を、ここで体験してもらえればと思います。

(問題は次ページから)

強者の戦略

【問題】

波動の現象として、地中を伝わる地震波を考える。図1のように2つの地層 I, II および鉛直に掘られた深さ d の井戸がある。地表と地層 I, II の境界はともに水平で、地層 II の厚さは h 、地層 I は下方に無限に続いている。井戸の底には、任意の振動数において、振幅一定の正弦波を連続的に発生させる装置（起振機 I）が設置されている。起振機 I が発する振動は地震波として地中に伝わり、地表の観測点で測定される。井戸と観測点は図1に示すように同じ平面内にあり、地震波の振動方向として、この平面に垂直な横波のみを考える。また d は h に比べて十分大きく、起振機 I と観測点も十分遠く離れているので、地層 II に入射する地震波を平面波と考える。図1の矢印は観測点に向かう地震波の進行方向を示したもので、地層 I から地層 II へ入射するときの入射角を θ_1 ($0^\circ \leq \theta_1 < 90^\circ$)、屈折角を θ_2 とする。地層 I, II で地震波が横波として伝わる速さはそれぞれ v_1, v_2 とする。

井戸および起振機が波の伝わり方に与える影響は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。なお、結果だけでなく、考え方や計算の過程も記せ。

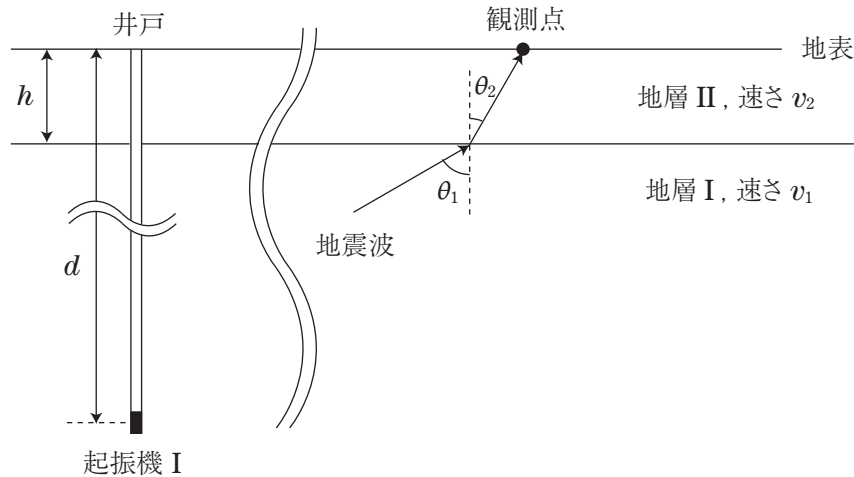


図 1

(1) 地層 I から地層 II に地震波が入射したときの θ_1 と θ_2 の関係を考える。

(a) $\theta_1, \theta_2, v_1, v_2$ の間に成り立つ関係式を記せ。

(b) $v_1 < v_2$ の際、地層 I, II の境界で地震波が全反射する条件を、 θ_1, v_1, v_2 を用いて記せ。

以後の問いでは、地層 I に比べて地層 II が柔らかく、 $v_1 > v_2$ とする。

(2) 図2は図1の観測点付近における地震波の反射・屈折の様子を示したものである。図2の観測点 E における振動を、地層 I から入射し DE を通り直接観測点に達する波と、地層 I から入射し、地表および地層 II と地層 I の境界で反射して観測点に到達する ABCDE を通る波との重ね合わせで考える。

(a) B 点と D 点が同じ波面上にあることを用いて、DE を進む場合と ABCDE を進む場合の経路差 l を、 h, θ_2 を用いて記せ。

(b) この2つの経路を通った波が干渉して強め合う条件から、地表における振動の振幅が大きくなる振動数 f_m を導くことができる。 f_m を、 h, v_2, θ_2, m ($m=0, 1, 2, \dots$) を用いて記せ。なお、堅い地

強者の戦略

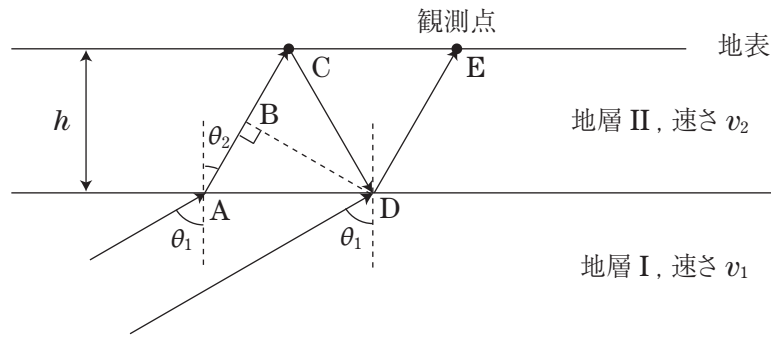


図 2

層から柔らかい地層に入射する場合や地表に入射する場合には、入射波と反射波の位相は変わらないが、柔らかい地層から堅い地層に入射する場合は反射波の位相が逆になることに注意すること。

- (3) 起振機 I を一定の速さ V ($V < v_1$) で鉛直に引き上げると、起振機 I が発する正弦波の振動数が f'_m のときに、地表における振動の振幅が大きくなった。 f'_m を、問 (2)(b) で求めた f_m および θ_1 , v_1 , V を用いて記せ。ただし、起振機 I が発する正弦波の振動数は引き上げている間一定で、起振機 I の移動距離は d に比べて十分小さく、入射角は θ_1 で一定とみなせるものとする。

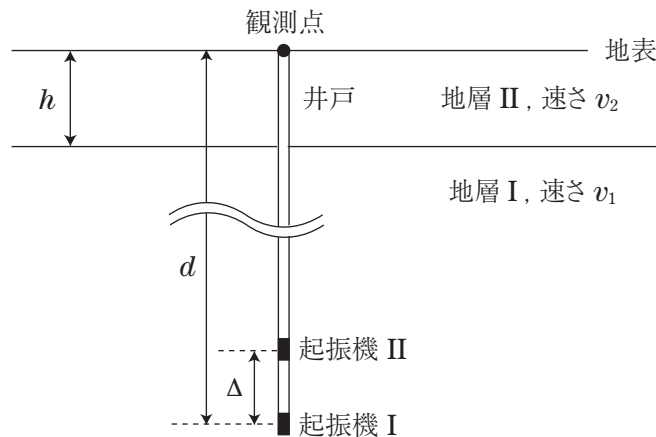


図 3

- (4) 図 3 のように観測点を井戸の真上に移動し、井戸の中にもう一つの起振機 II を追加した。起振機 I, II はそれぞれ深さ d , $d - \Delta$ ($0 < \Delta \ll d$) に固定されている。

(a) 起振機 I が振動数 f の正弦波を発生し、起振機 II が動作を停止している場合、 f を調整して、地表および地表からの深さ $\frac{4}{5}h$ における振動の振幅をともに大きくしたい。この条件を満たす振動数の最小値 f_{\min} を、 h , v_2 を用いて記せ。

(b) 問 (4)(a) の状態で、起振機 I の正弦波 $\sin 2\pi ft$ (t は時間) に加えて、起振機 II から同じ振動数 f で

強者の戦略

位相が ϕ だけ異なる正弦波 $\sin(2\pi ft - \phi)$ を発生させたところ、 $\phi = \frac{3}{2}\pi$ のときに、地表および地表からの深さ $\frac{4}{5}h$ における振動の振幅がともに大きくなった。この条件を満たす Δ の最小値 Δ_{\min} を、 f_{\min} 、 v_1 を用いて記せ。