

強者の戦略

研伸館の米田 誠です。強者の戦略 HP の物理のページ, 第 59 回目は『大阪大学 前期日程 物理 (改題)』からの出題です。この問題は第 53 回と同様に交流回路におけるリアクタンス, インピーダンスや電流と電圧の位相のずれに関する計算がテーマとなっています。改題により, 理解がスムーズになるようにしました。これらの計算を通じ, (ゲルマニウム) ラジオの受信の仕組みを理解しましょう。

【問題】 ラジオの受信の仕組み『出典：2015年度 大阪大学 前期日程 物理 (改題)』

(考察時間目安：20分)

聴きたい放送局の周波数の電波のみを選択的に受信できる仕組みについて考える。簡単のために図1の回路で電波を受信している状態を図2の回路に置き換える。ここで, 図1のダイオードとイヤホンをあわせた部分を抵抗値 $R [\Omega]$ の抵抗で置き換えた。また, ある放送局からアンテナに届く角周波数 $\omega_1 [\text{rad/s}]$ の電波によってラジオに電力が供給される。これを, 適切な抵抗値 $r [\Omega]$ の抵抗が直列接続された交流電源で置き換えた。このとき, 交流電源の交流電圧の最大値を $V_1 [\text{V}]$, 角周波数を ω_1 , コンデンサーの電気容量を $C [\text{F}]$, コイルの自己インダクタンスを $L [\text{H}]$ とする。図2のように破線で囲まれた RLC 並列回路にかかる交流電圧の最大値を $V_2 [\text{V}]$ とし, 流れ込む交流電流の最大値を $I_2 [\text{A}]$ とする。図2の回路において, C を変えると V_2 が変化する。特定の C で V_2 が最大となり, 対応する図1の回路では, ω_1 で放送している局の番組がイヤホンから聞こえる。以下では, このことについて考えてみよう。

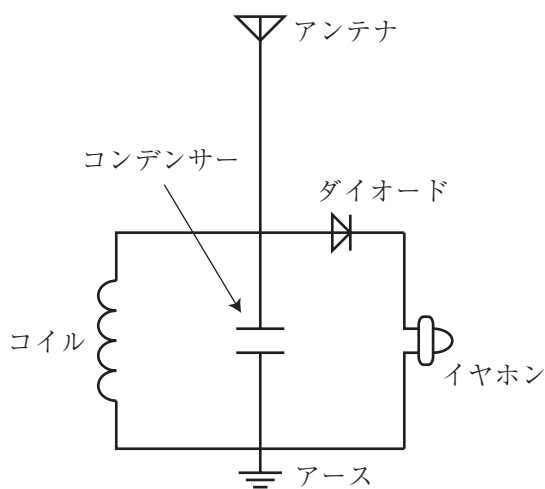


図 1

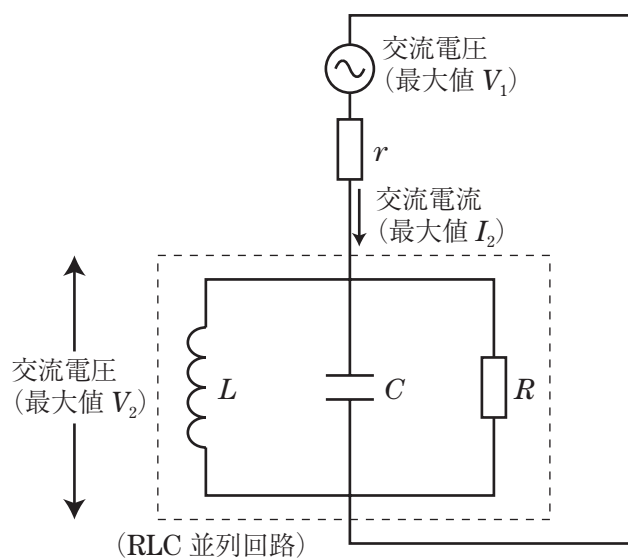


図 2

一般に RLC 並列回路のインピーダンス $Z [\Omega]$ は, 交流の角周波数 $\omega [\text{rad/s}]$ を用いて, 以下のように表される。

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$

強者の戦略

問1 図2に示す RLC 並列回路の抵抗, コイル, コンデンサーそれぞれを流れる交流電流の最大値を, ω_1 , L , C , R , V_2 のうち必要なものを用いて表せ。

問2 図2に示す RLC の並列回路では, C を変えると Z が変化し, Z が最大のときに V_2 が最大となる。すなわちイヤホンに流れ込む電流が最大となる。そのときの Z と I_2 の値を, ω_1 , L , C , R , V_2 のうち, 必要なものを用いて表せ。

問3 ω_1 で送信している放送局の番組を聴きたい。最適な C の値を, ω_1 , L , R のうち, 必要なものを用いて表せ。

受信したい放送局と別の放送局の電波の周波数の差が小さい場合, 2つの放送局の番組が同時に聞こえてくることがあり, これを混信という。混信を避けるためには, どのような回路がよいかを考えよう。 ω_1 で $\frac{V_2}{I_2}$ が最大となるように C の値を固定する。交流電源の角周波数を ω_1 から大きくしていったところ, ω_2 で $\frac{V_2}{I_2}$ が ω_1 での値の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍になった。逆に ω_1 から小さくしていったところ, ω_3 で $\frac{V_2}{I_2}$ が ω_1 での値の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍になった。 ω_2 と ω_3 の差を半値幅といい $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_3$ で表される。

問4 $\Delta\omega$ を, L , C , R のうち必要なものを用いて表せ。その際, ω は正の値であることに注意せよ。

問5 $\frac{\omega_1}{\Delta\omega}$ という量を考える。これは共振の鋭さを示す重要な物理量であり, Q 値と呼ばれる。 L , C , R のうち必要なものを用いて表せ。

問6 角周波数 ω に対する $\frac{V_2}{I_2}$ のおおよそその変化を表すグラフを描き, ω_1 , ω_2 , ω_3 , $\Delta\omega$ を描き入れよ。

問7 混信を避けるためには, $\Delta\omega$ が大きい方がよいかそれとも小さい方がよいか。理由とともに示せ。