

# 強者の戦略

数学科の川崎です。今年度もこのページを担当いたします。どうぞよろしく申し上げます。

1回目は今年の入試問題からの出題です。数Ⅲの総合問題です。じっくり考えてみてください。

## 第1問 (数Ⅲ)

$e$  を自然対数の底とし、 $n$  を自然数とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $0 \leq t \leq 1$  に対して、不等式

$$e^{-t} \leq 1 + \left(\frac{1}{e} - 1\right)t$$

が成り立つことを示せ。

- (2) 曲線  $y = \frac{(\log x)^n}{x}$  ( $x \geq 1$ ) と  $x$  軸および直線  $x = e$  で囲まれた部分を  $x$  軸のまわりに 1 回転させて

できる立体の体積を  $V(n)$  とするとき、不等式

$$V(n) \leq \frac{\pi}{2n+2} \left( \frac{1}{e} + \frac{1}{2n+1} \right)$$

が成り立つことを示せ。

- (3) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} nV(n)$  を求めよ。