

強者の戦略

数学科の笹谷です。2017年度京都府立大学の問題に面白いものがありました。計算的にはちょっと大変かもしれませんが、丁寧にやってみましょう。余力のある人は、 x_1 の値を三角関数を使わずに（四則演算と平方根のみで）表してみてください。

問題

n を 0 以上の整数とする。 $x_n = 2 \cos \frac{2n}{17} \pi$ のとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $s = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8$ とするとき、 $x_1(s+1) = 2s+2$ となることを示せ。
- (2) $t = x_1 + x_2 + x_4 + x_8$ とするとき、 $t^2 + t - 4 = 0$ となることを示せ。
- (3) $x_1 + x_4$ の値を求めよ。