

強者の戦略

第75回に引き続き、藤原です。第76回目は第75回で紹介した問題の解説です。

この原稿は初めての共通テスト本試験の実施後に書いています。物理に関しては、従来のセンター試験の公平性を維持しつつ、分析力や思考力を試す新たな試みの問題も無理のない範囲で取り込まれた出題形式、となっていました。例年と比べるとやや平均点が低かったですが、これは次年度以降は難易度調整されていくと思います。

予想どおり、グラフを扱う問題が2問ほど出題されました。どちらも従来のセンター試験でよく見られた形式ではありませんでした。

従来のセンター試験では「正しいグラフを選ぶ」問題が多かったですが、今回の2問は「グラフから状況を読み取る」問題となっていました。思考力が問われる所で、この2問の正答率は低かったのではないかと推測します。

今後も同様のグラフの読み取り問題が出題される場合、思いつく出題例としては

- (1) 与えられた不等式を満たす範囲をグラフから読み取る。
- (2) 定数の横線を引き、グラフとの交点の値を考える。もしくは交点があるかどうかを判定する。
- (3) 範囲内の最大値、最小値を考える。
- (4) グラフの傾きや面積の値に注目する。

などがあり得るのではないかと考えます。

つまり、「数学のグラフ解析問題でよく問われる事」が、物理でも問われやすくなる、という予想です。

追試験の問題も早く見たい所ですが、今のところ上記の様なグラフ問題に対応するには、以下の2つの学習が必要だと思えます。

- (1) 物理基礎／物理の教科書に掲載されているグラフには触れ、その傾きや面積がどのような物理量を指す

かを理解する。

- (2) 数学の解析問題の習熟度を高める。

これから高3になる人は意識してもらえたら、と思います。

今回のこのページ第75回で出題した問題は、物理基礎の教科書に載っている、物理で最も初めに習うグラフ、「 $v-t$ グラフ」でした。このグラフを見ていく上で、ポイントは2点です。

- ・グラフの（積分）面積が「変位 [m]」を表す。
- ・グラフの傾きが「加速度 [m/s^2]」を表す。

また今回の問題では、運動の予測をする上で、以下の運動方程式の思考も必要となります。

- ・「加速度」は、「外力」から予測される

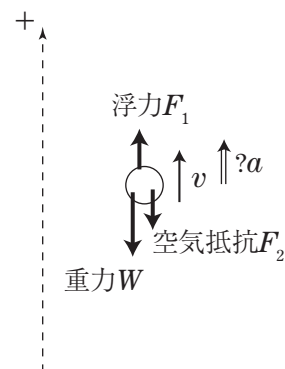
いずれも、物理で最も基本的な部分ですが、この基本的な部分がどれだけ深く理解出来ていたか、今回の問題は「物理的思考の土台がどれだけ頑丈か？」を試されていたと思います。

では、解説を見て行きましょう。

【解答解説】

<空所補充 ~ >

※今回は、鉛直上向きが正の向きと定められている。



強者の戦略

球 A の質量 $m = \rho \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$ より,

$$\text{重力 } W = -mg = -\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g \quad \boxed{\text{ア}}$$

また, 球 A によって体積 $\frac{4}{3} \pi r^3$ の大気 (密度 ρ_0) が押しのけられていると考えて, アルキメデスの原理より,

$$\text{浮力 } F_1 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g \quad \boxed{\text{イ}}$$

$$\text{抵抗力 } F_2 = -krv$$

$$(v > 0 \text{ のとき } F_2 < 0, \quad v < 0 \text{ のとき } F_2 > 0)$$

これらの力を用いて, 球 A について, 鉛直方向の運動方程式

$$\left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho \right) a = -\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g + \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g - krv$$

$$\therefore a = -\frac{\rho - \rho_0}{\rho} g - \frac{3kv}{4\pi r^2 \rho} \quad \boxed{\text{ウ}}$$

球 A が等速運動となったとき, 加速度 $a=0$ より,

$$0 = -\frac{\rho - \rho_0}{\rho} g - \frac{3kv}{4\pi r^2 \rho}$$

$$\Leftrightarrow v = -\frac{4\pi r^2 (\rho - \rho_0) g}{3k} \quad (\rho > \rho_0 \text{ より, } v < 0)$$

$$\text{速さ } V_0 = |v| = \frac{4\pi r^2 (\rho - \rho_0) g}{3k}$$

<時刻と時間の整理>

今回の実験は, 「空気抵抗が“ある”鉛直投げ上げ運動」と「空気抵抗が“ない”鉛直投げ上げ運動」を比較するとき,

- ・ 出発点 O と最高点 P との距離 h
- ・ 点 P に達する時刻 t_P

は 2 つの運動で一致するように, 初速度や出発時刻

が調整されている。

「空気抵抗が“ある”鉛直投げ上げ運動」

$$O \rightarrow P \text{ の上昇時間 } t_{OP} = t_P - 0$$

$$P \rightarrow O \text{ の落下時間 } t_{PO} = t_O - t_P$$

(t_O : 再び点 O に達する時刻)

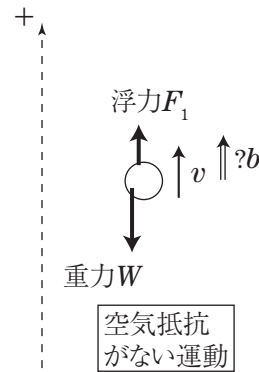
「空気抵抗が“ない”鉛直投げ上げ運動」

$$O \rightarrow P \text{ の上昇時間 } t'_{OP} = t_P - t'_O$$

$$P \rightarrow O \text{ の落下時間 } t'_{PO} = t''_O - t'_O$$

(t'_O : 点 O の出発に達する時刻, t''_O : 再び点 O に達する時刻)

問 1

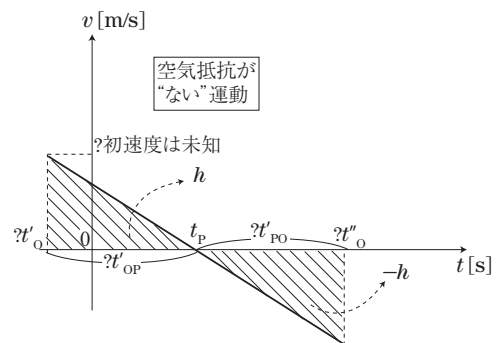


球 A について, 空気抵抗が“ない”鉛直投げ上げ運動の加速度を b とすると, 鉛直方向の運動方程式

$$\left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho \right) b = -\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g + \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g$$

$$\therefore b = -\frac{\rho - \rho_0}{\rho} g$$

この b の値は一定で球 A は等加速度運動するので, 時間 t'_{OP} と t'_{PO} の値は等しい。 t'_{PO} は初速度 0 の自由落下の運動と考えて,



強者の戦略

$$-h = \frac{1}{2} \left(-\frac{\rho - \rho_0}{\rho} g \right) t'_{PO}{}^2$$

$$\therefore t'_{OP} = t'_{PO} = \sqrt{\frac{2\rho h}{(\rho - \rho_0)g}}$$

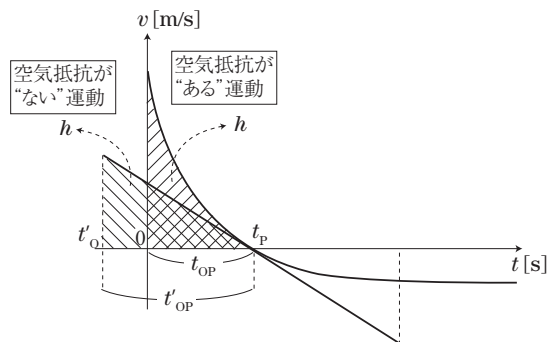
問2

問1より、空気抵抗が“ない”鉛直投げ上げ運動は等加速度運動であるので、 $v-t$ グラフは傾き(加速度 b) 一定の直線となる。

また、2つのグラフの傾き(加速度 a, b) について、最高点 P に達した時刻 t_P においては、速度 $v = 0$ より $a = b$ となる。つまり時刻 t_P では2つのグラフの傾きは一致する。

更に時刻 t_P より前では、 $v > 0$ より $a < b (< 0)$ であり、求めるグラフの方が傾きが緩やかである。

以上3点を考慮して、求めるグラフは以下の直線のようになる。



このグラフから考えて、時間 t_{OP} , t'_{OP} において、それぞれ変位(グラフの積分面積)は共に h であるので、 $t_{OP} < t'_{OP}$ である。

問3

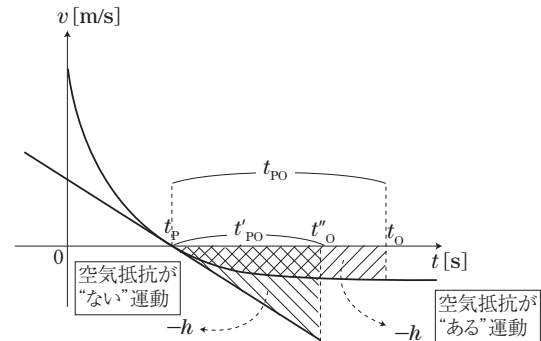
問2と同様に、空気抵抗が“ない”鉛直投げ上げ運動は $v-t$ グラフが傾き(加速度 b) 一定の直線となる。

また、最高点 P に達した時刻 t_P において、2つのグラフの傾きは一致($a=b$) する。

更に時刻 t_P より前では、 $v < 0$ より $b < a (< 0)$ で

あり、求めるグラフの方が傾きが急勾配である。

以上3点を考慮して、空気抵抗が“ない”場合のグラフは以下の直線のようになる。



このグラフから考えて、時間 t_{OP} , t'_{OP} において、それぞれ変位(グラフの積分面積)は共に $-h$ であるので、 $t'_{PO} < t_{PO}$ である。

問4

問1~3より、

$t_{OP} < t'_{OP} = t'_{PO} < t_{PO}$ が成り立ち、 $t_{OP} < t_{PO}$ である。

<参考>

直感的には、下図において時間 t_{OP} のグラフと時間 t_{PO} のグラフは、積分面積の大きさは等しく h であるが、傾きの大きさは時間 t_{OP} のグラフの方が大きい(急勾配)であるので、 $t_{OP} < t_{PO}$ となると思われる。

【最後に】

初めに習うグラフにも関わらず、今回の問題に戸惑った人もいるかと思います。問題集を使った「計算練習」だけを物理の学習の全てとしてしまっている人は、このような問題で足元をすくわれがちです。

計算練習と平行して、「理論の見直し」も物理では非常に重要です。共通テスト、個別試験を問わず、理論的な部分を問う問題に対応出来る学習を心掛けましょう。