

強者の戦略

解答編です。

問1 $A = 100\sqrt{2} \doteq 1.4 \times 10^2$ [V], $f = 50$ [Hz]

<必要な知識>

- ・家庭用交流電源の電圧「100 V」は交流電圧の「実効値」を示す。
- ・日本の交流の周波数 (= 振動数) は東日本で 50 Hz, 西日本で 60 Hz である。
(・慶應義塾大学日吉キャンパスは「東日本」に位置する。)

問2

(a) 地球の質量と半径をそれぞれ M , r , 打ち出す物体の質量を m , 万有引力定数を G とする。地球および月における第2宇宙速度をそれぞれ V , v とし、力学的エネルギー保存より、

$$\frac{1}{2}mV^2 + \left(-G\frac{Mm}{r}\right) = 0 \quad \therefore V = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \left(-G\frac{\frac{81}{4.0}M \times m}{r}\right) = 0 \quad \therefore v = \frac{2}{9}\sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

2式と $V = 11$ [km/s] より、

$$v = \frac{2}{9}V = \frac{2}{9} \times 11 \doteq 2.4 \text{ [km/s]}$$

<必要な知識>

・「第2宇宙速度」とは、惑星表面から打ち上げた物体が、その惑星の万有引力から逃れて無限遠に到達するために必要な最小の初速度のことである。

(b) 1 mol の理想気体の内部エネルギー U [J] を考える。アボガドロ定数を N_A [1/mol], 気体分子の質量を m [kg], 気体定数を R [J/(mol·K)], 温度を T [K], 気体分子の2乗平均速度を $\sqrt{\overline{v^2}}$ [m/s] とし、

$$U = N_A \times \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2} \times 1 \times RT$$

モル質量 $mN_A = 20$ [g] = 20×10^{-3} [kg] と R , T の値を代入して、

$$\frac{1}{2} \times (20 \times 10^{-3}) \times \overline{v^2} = \frac{3}{2} \times 1 \times 8 \times 300 \quad \therefore \sqrt{\overline{v^2}} = 600 \text{ [m/s]}$$

<必要な知識>

・「2乗平均速度」は、気体分子の速度の2乗の平均値の平方根 $\sqrt{\overline{v^2}}$ で定義されている。平たくいうと、速さの平均値である。

・理想気体であるという記載はないが、高校物理の範囲内で考えると、問われている気体は理想気体であると判断してよい (高校化学とは違い、実在気体は扱わない)。すなわち、内部エネルギーは気体

強者の戦略

分子の運動エネルギーの総和として、 $U = N \times \frac{1}{2} m \overline{v^2}$ (N は気体分子の個数) で表される。

・単原子分子という記載はないが、高校物理の範囲内で考えると、問われている気体は単原子分子であると判断してよい(実際、モル質量=分子量が20であるので、Neの気体が想定されていると考えられる)。よって、内部エネルギーは $U = \frac{3}{2} nRT$ (n は物質量) で表される。

問3

(a) 力のつりあいより、

$$kv^2 = mg \quad \therefore v = \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

<必要な知識>

特になし。

※ 高校物理の教科書では、小さな球形の物体が空気中を落下するとき、「速さ v が大きい範囲で」空気抵抗の大きさは v に比例する、とされている。しかし、速さ v が大きくなると、空気抵抗は必ずしも v に比例するわけではない。本問では、空気抵抗の大きさが v の2乗に比例するとせよ、と問題文で誘導がなされているわけである。

(b) ⑤

<必要な知識>

・重力加速度の大きさを g 、容器の加速度の大きさを A とすると、容器から見た単振り子の「見かけの重力加速度の大きさ」は $g - A$ となるので、単振り子の周期 T' は $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - A}}$ となる。

本問は、上記の単振り子の周期の式、図1の $v-t$ グラフ、時刻0で $A = g$ であることの3点から、 A の値が g から徐々に減少して最終的に0になることを用いて正答が⑤であることを導く。

問4

① 206 ② He

Pb原子核の運動エネルギーを E' とする。運動量保存より、

$$\sqrt{2mE} = \sqrt{2ME'} \quad \therefore E' = \frac{m}{M} E \quad \text{③} \quad \frac{m}{M} E$$

数値を代入して、

$$E' = \frac{4}{206} \times 5.3 \doteq 0.10 \text{ [MeV]} \quad \text{④} \quad 0.10$$

ステンレス容器の温度上昇を ΔT [K] とする。発生したPb原子核とHe原子核の運動エネルギーがすべて容器の温度上昇に使われたとして、

$$12 \times 0.60 \times \Delta T = (1.0 \times 10^9) \times \{(5.3 + 0.1) \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}\} \times 3600 \quad \text{⑤} \quad 0.43$$
$$\therefore \Delta T = 0.432 \doteq 0.43 \text{ [K]}$$

強者の戦略

<必要な知識>

・ α 崩壊では He 原子核が放出されるため、もとの原子核は崩壊前後で質量数が 4, 原子番号が 2, それぞれ減少する。

・ 運動エネルギーの公式 $E = \frac{1}{2}mv^2$ と運動量の公式 $p = mv$ より, $p = \sqrt{2m \times \frac{1}{2}mv^2} = \sqrt{2mE}$ という関係式が成り立つ。

・ 単位 [eV] (電子ボルト) はエネルギーの単位で, 1 個の電子を 1 V の電圧で加速したときに電子が得るエネルギーを 1 eV としたものであるから, 電気素量 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C として, $1[eV] = 1.6 \times 10^{-19}$ [J] である。また, 「M」(メガ) は接頭語で, 10^6 を表す。

・ 単位 [Bq] (ベクレル) は放射能の強さを表す単位で, 「1 秒間で崩壊する原子核の個数」で定義されている。また, 「G」(ギガ) は接頭語で, 10^9 を表す。すなわち, 1.0 GBq は 1 秒あたり 1.0×10^9 個の原子核が崩壊することを表す。

いかがだったでしょうか。

今回ピックアップした慶應義塾大学の問題は, 純粹に知識のみ問う問題もあれば, その知識をもとに物理的考察を行う問題もあり, 非常にバラエティ豊かですね。差のつく工夫がされている良問だと思います。もちろん, どの大学の入試問題でも, 解く際の基本は「正確な知識と理論の理解をもとにして解く」ということです。知識・理論を正しく理解しておくことはとても大事ですね。

本日はここまで。またお会いしましょう。