

# 強者の戦略

第79回に引き続き、藤原です。第80回目は第79回で紹介した問題の解説です。

今回のテーマは「内部エネルギー」でしたが、問題の解説を始める前に、教科書では「内部エネルギー」を、どのように説明しているかを確認したいと思います。

出版社によって多少表現の差異はありますが、おむね下の3点が記されています。

- (1) 物体は内部で原子や分子が熱運動しているため、運動エネルギーを持つ。また分子間には保存力が働きあっており、その保存力による位置エネルギーも存在する。「内部エネルギー」とは、これらの運動エネルギー+位置エネルギー(=力学的エネルギー)の物体全体の総和を表す。
- (2) 理想気体においては、分子間力が無視できるくらい小さいため、その位置エネルギーは0とし、「内部エネルギー」は運動エネルギーの総和とみなせる。
- (3) 単原子分子理想気体においては、気体分子運動論より、内部エネルギー  $U$  の値は、物質質量  $n$ 、気体定数  $R$ 、絶対温度  $T$  を用いて、 $U = \frac{3}{2} nRT$  と表される。

(1) と (2) の定性的な説明は、物理基礎/物理のどちらの教科書にも記載が見られます。(3) は物理の教科書に書かれている公式です。

今回の問題は普段見慣れない法則や公式が登場していて、人によっては「この問題はフェアなのか?」という疑問が湧くかも知れないのですが、「教科書に書かれている事を前提に、入試問題は出題する」というルールから考えれば、十分フェアな出題だと言えます。

典型的な入試問題に慣れた後、より学力を万全な

状態にすることを目指す場合、「教科書に書かれている事を見直す」事が一番過不足のない最適な学習法であると思います。

では、解説を見て行きましょう。

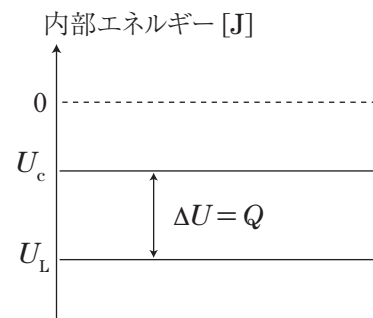
## 【解答解説】

※熱力学の問題は、「状態量(物質質量、圧力、体積、絶対温度など)」のうち、未知数(?)がいくつあるかを確認した上で計算を始める方が、混乱が少なく解きやすくなります。以下の解説は、その未知数の確認も行いながら進めます。

問1 気体定数  $R$ 、物質質量  $n$  モル  
(時刻  $t_0 \leq t \leq t_1$ )  
圧力  $p_0$ 、液体体積  $nv_L$ 、温度  $T$

与式より、温度  $T_c$  の液体状態における A の内部エネルギー  $U_c$  [J] として、

$$U_c = -n\phi_0$$



液体状態においては仕事が0であるため、温度を  $T(\leq T_c)$  から  $T_c$  まで変化させる間に A に与える熱  $Q = nC(T_c - T)$  が、A の内部エネルギー  $U_L$  と  $U_c$  の差  $\Delta U$  に等しい。すなわち、

$$\Delta U = Q \Leftrightarrow U_c - U_L = nC(T_c - T)$$

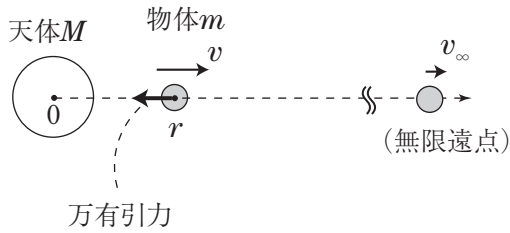
$$\therefore U_L = -n\{\phi_0 + C(T_c - T)\}$$

(注: モル比熱  $C$  の単位は [J/mol · K])

# 強者の戦略

## <問1：参考>

液体状態における内部エネルギーが負の値をとることについて、類するテーマで、内部エネルギーよりも高校生が慣れている例を上げると「万有引力による運動」がある。



上図のように、質量  $M$  の天体の中心から、距離  $r$  の位置で速さ  $v$  で運動している質量  $m$  の物体がある場合、その力学的エネルギー  $E$  は、

$$E = \frac{1}{2} mv^2 - G \frac{Mm}{r}$$

と表される。ここで、万有引力による位置エネルギー  $-G \frac{Mm}{r}$  は、無限遠点 ( $r \rightarrow \infty$ ) を基準点 (位置エネルギー 0) としている。

また、この物体が無限遠点に達したときの速さを  $v_\infty$  とすると、力学的エネルギー保存則より、

$$E = \frac{1}{2} mv^2 - G \frac{Mm}{r} = \frac{1}{2} mv_\infty^2 - 0$$

$E \geq 0$  のときは、物体は実際に無限遠点に達する事が出来るが、 $E < 0$  のときは、無限遠点に達することは出来ない。

同様の話が、万有引力でなく静電気力 (クーロン力) でも登場する。分子間力は静電気力の一種で、粒子間の距離が非常に近いときを除くと引力になる。引力の場合、その位置エネルギーは無限遠点を 0 として負の値となる。

気体状態のときは、粒子同士が十分遠方に離れているとみなせ、分子間力は非常に弱く、その位置エネルギーも 0 とみなして、内部エネルギー  $U$  は運動

エネルギーだけを考える ( $U > 0$ )。一方で、液体状態のときは分子間力が働き、また分子どうしが十分に離れていない状態なので、内部エネルギー  $U$  (= 運動エネルギー + 位置エネルギー) は負の値となる ( $U < 0$ )。

## 問2

(時刻  $t_2$ )  
圧力  $p_0$ , 気体体積  $V_2$ (?), 温度  $T_c$

時刻  $t_2$  において、A は全て気体になっているとみなせる。理想気体の状態方程式より、

$$p_0 V_2 = n R T_c \quad \therefore V_2 = \frac{n R T_c}{p_0}$$

また、A は単原子分子理想気体であるので、内部エネルギー  $U_2$  について、

$$U_2 = \frac{3}{2} n R T_c$$

## 問3

(時刻  $t_1 \leq t \leq t_2$ )  
圧力  $p_0$ , 温度  $T_c$   
液体：物質質量  $n - n_G$ (?), 体積  $(n - n_G)v_L$ (?)  
気体：物質質量  $n_G$ (?), 体積  $V'$ (?)

状態方程式  $p_0 V' = n_G R T_c \quad \dots \textcircled{1}$

また、体積の和  $V = V' + (n - n_G)v_L \quad \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{2} \Leftrightarrow V' = V - (n - n_G)v_L$  を、 $\textcircled{1}$  に代入して、 $V'$  を消去すると、

$$p_0 \{V - (n - n_G)v_L\} = n_G R T_c$$

$$\therefore n_G = \frac{p_0 (V - n v_L)}{R T_c - p_0 v_L}$$

(注意点)

今回の問題は「液体の体積を無視しない」問題であるので、「容器の体積  $\neq$  気体の体積」であることに注意すべき。

# 強者の戦略

問 4

今回、外気圧は  $p_0$  で一定であり、ピストンに働く重力は無視できる（ほど小さい）ので、内部気体が外部に対してした仕事  $W$  は、定圧変化とみなして、

$$W = p_0 \Delta V = p_0 (V_2 - nv_L)$$

問 2 の  $V_2 = \frac{nRT_c}{p_0}$  を代入して、

$$W = nRT_c - p_0 nv_L$$

(注意点)

ピストンの断面積を  $S$ 、移動距離を  $\Delta x$  とすると、内部気体が外部に対してした仕事  $W$  は、

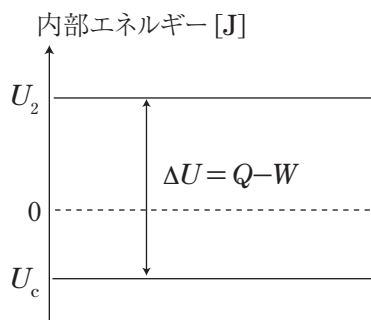
$$W = p_0 S \Delta x$$

であり、 $S \Delta x$  はピストンが動いた部分の体積と一致する。

問 5

問 1, 2 より、物質 A 全体が、温度  $T_c$  の液体から気体に変化する間の内部エネルギー変化を  $\Delta U$  として、

$$\Delta U = U_2 - U_c = \frac{3}{2} nRT_c + n\phi_0$$



またこの間に物質 A に与える熱エネルギー  $Q$  ( $=nL$ ) について、熱力学第 1 法則より

$$Q = \Delta U + W$$

$$\Leftrightarrow nL = \left( \frac{3}{2} nRT_c + n\phi_0 \right) + (nRT_c - p_0 nv_L)$$

$$\therefore L = \frac{5}{2} RT_c + \phi_0 - p_0 v_L$$

<問 5：参考>

外部に対する仕事  $W$  が 0 でない過程において、気体が吸収するエネルギー  $Q$  と内部エネルギー変化  $\Delta U$  は一致せず、 $Q = \Delta U + W$  の関係が成り立つ（熱力学第一法則）。

蒸発“熱”に関しても、内部エネルギーの変化に用いられる値だけを考えるのではなく、同時に起こる外部に対する仕事の値もあわせて、「どれくらいの“熱”エネルギーが必要か？」を考えている。

問 6

$$\text{問 5 の式より, } \phi_0 = L - \frac{5}{2} RT_c + p_0 v_L$$

この式に、 $T_c = 4.00 \times 10^2$  [K],  $L = 4.03 \times 10^4$  [J/mol],

$R = 8.3$  [J/(mol·K)],  $v_L \doteq 0$  を代入して、

$$\phi_0 = 3.20 \times 10^4$$
 [J/mol]

了

【最後に】

冒頭にも書きましたが、入試に必要な物理の知識を最も適切に身につける事が出来るのは教科書です。

ただ一方で、教科書だけで勉強を進めても、「各物理法則がどの様に役に立つのか？」という点がピンと来ない事も多いですので、具体的な実践演習も物理学習には不可欠と言えます。

理論学習 → 実践演習 → 理論学習 → 実践演習 → ……  
の繰り返しですが、物理の学習において最もバランスが良いと思います。