

強者の戦略

数学科の川崎です。今年度もこのページを担当させていただきます。よろしくお願いします。

今回は今春の入試問題から極限に関する問題です(少し難しくしています)。頑張ってください。

第1問 (数Ⅲ)

r を実数とする。次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ を考える。

$$a_1 = r, a_{n+1} = \frac{[a_n]}{4} + \frac{a_n}{4} + \frac{5}{6} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$$b_1 = r, b_{n+1} = \frac{b_n}{2} + \frac{7}{12} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$$c_1 = r, c_{n+1} = \frac{c_n}{2} + \frac{5}{6} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

ただし、 $[x]$ は x を超えない最大の整数とする。以下の問に答えよ。

(1) $b_n \leq a_n \leq c_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) を示せ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。