

強者の戦略

数学科の中西です。今回は、昨年 2022 年の大学入試で出題された問題の中から、横浜市立大学／医・理・データサイエンス学部にて出題された確率の問題に、少しヒントをつけて出題したいと思います。

問題（数学 IAIB）

何人かで次のゲームを行うことにしました。53 枚のカードのうち、1 枚だけ「あたり」と書かれたカードを用意します。このカードをよく混ぜて、1 つの山に重ねて置きます。次に、参加者各自が 1~6 の目が出る公平なサイコロを 1 回だけ投げ、カードを見ないようにして出た目の数だけ山の上から順にとっていきます。なお、一度とったカードは再度山にはもどさないこととします。このとき、手にしたカードの中に「あたり」のカードが入っていたら、そのカードをとった参加者を勝者と決定してゲームは終了します。また、いずれの参加者も「あたり」のカードをとることができなければ、このゲームは引き分けで終了するものとします。

参加者が 6 人のとき、このゲームが引き分けで終了する確率を求めなさい。ただし必要であれば、以下の内容が成り立つことを用いてもかまいません。

自然数 k ($6 \leq k \leq 36$) に対し、1 以上 6 以下の 6 個の自然数 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ の集合 A_k を

$$A_k = \left\{ (x_1, x_2, \dots, x_6) \mid \sum_{i=1}^6 x_i = k \right\}$$

と定め、 A_k の要素の個数を $n(A_k)$ としたとき

$$n(A_k) = n(A_{42-k})$$

が成り立つ。

この問題は、「数学 A：場合の数・確率」がメインのテーマとなっている問題なのですが、もし「数学 B：確率分布と統計的な推測」を学習している方がいれば、その知識を用いることで異なるアプローチ方法で解くこともできます。

とくに現在高 1 生の皆さんの中には、共通テストの「数学 IIB」にて「数学 B：確率分布と統計的な推測」の選択問題を選ぼうと考えている方もいらっしゃると思います。その方は是非、異なるアプローチ方法による解き方も考えてみてください。

それでは、解答編でお待ちしています。